

## **CENTRO INTERAMERICANODE ESTUDIOS DE SEGURIDAD SOCIAL** **Notas explicativas de algunos conceptos y metodologías actuariales**

---

La llamada ciencia actuarial es una ciencia aplicada, es decir, maneja la formalidad y el rigor de la lógica y la matemática pero siempre considera las características cambiantes de diferentes fenómenos y la observación que de ellos se realiza.

En su esencia, el trabajo actuarial consiste en el análisis sistemático de diferentes contingencias que pueden ser medidas a través de la estadística o de la probabilidad de tal forma que, en combinación con la llamada “matemática financiera” se puedan lograr valores monetarios útiles en otras disciplinas. En otro orden de ideas, la Actuaría es la traducción a términos monetarios de las diferentes contingencias que afectan la vida.

Con los elementos mencionados se puede dilucidar que la ciencia actuarial tiene una base matemática fuerte pero con grandes facilidades de aplicación en las ciencias sociales. En efecto, consideremos la contingencia de que ocurra el fallecimiento (prematureo) de una persona. Este evento tiene muchas implicaciones desde el punto de vista de la familia, la sociedad y la economía, entre otros. Para la familia puede representar la pérdida de un apoyo moral o económico que sustentaba todo el proyecto familiar, mientras que para la sociedad puede tratarse de la pérdida de un gran líder, o simplemente puede considerarse la pérdida de un cerebro que afecte diferentes sectores económicos.

La pregunta no es si una persona va a fallecer o no, la pregunta sería cuándo y cuál es el nivel de desarrollo de su proyecto, o cuánto hace falta por concluir y el recurso requerido para ello.

En el análisis de otro tipo de contingencias la pregunta puede ser en el sentido de si la naturaleza, en uno de sus arrebatos, inutiliza los medios de subsistencia y si es posible hacer frente a ese evento.

Los grandes rubros mencionados nos permiten una primera gran división: La correspondiente a las contingencias sobre la vida de las personas y la que atañe a las contingencias sobre los bienes de las personas. Ambas constituyen parte de la ciencia actuarial, pero en estas notas se hará énfasis al tratamiento actuarial sobre las contingencias de las vidas de las personas.

Como ya se mencionó, se deben incluir funciones monetarias para traducir confiablemente las contingencias analizadas a términos deseables (financieros). Contingencias y finanzas, esto es la esencia del trabajo actuarial.

### **FUNCION DE SUPERVIVENCIA**

Una de las contingencias más estudiada es el de mortalidad.

---

De un grupo de personas recién nacidas vivas se espera que se desarrollen y paulatinamente vayan falleciendo hasta que el grupo inicial se extinga, es decir, las personas vivas se van sustituyendo paulatinamente conforme el tiempo pasa por muertos. El o los modelos de mortalidad en mayor o menor grado cuentan con lo que se denomina una mortalidad infantil razonablemente alta (entre los 0 y los 5 años) para después estabilizarse durante la juventud (hasta más o menos los 22 o 25 años) e iniciar su crecimiento hasta la desaparición del grupo inicial, es decir cuando el grupo original de vivos ha sido totalmente reemplazado por muertos.

El complemento de la mortalidad es la supervivencia en el sentido que una persona está viva o está muerta. Si al inicio la mortalidad es muy elevada, la supervivencia es baja, decrece rápidamente, cuando la mortalidad se estabiliza la supervivencia también lo hace y finalmente cuando la mortalidad vuelve a crecer la supervivencia decrece.

Las propiedades fundamentales del modelo de supervivencia derivado del análisis empírico anterior son: El modelo de supervivencia es una función decreciente de la cual conocemos algunos valores al inicio su valor es 1 (todos vivos en el grupo considerado) y al final 0 (todos muertos en el grupo). El tiempo en que un grupo o una población se extingue es variable pero se puede asumir con cierta razonabilidad que dicho tiempo se encuentra alrededor de los 100 años. Si estuviéramos ante una población longeva probablemente el tiempo citado se extendería hasta un número cercano a los 110 años. Existen evidencias de casos con edades superiores a esta última edad, sin embargo no podemos afirmar que sean representativos de una población.

Encontrar un modelo matemático que represente con toda exactitud el comportamiento de la supervivencia de una población es extremadamente difícil. Por otra parte recordemos que una población, como muchos conjuntos, puede ser representada por una regla (modelo o función matemática) o enumerado sus elementos. En el caso que nos ocupa y ante la dificultad expresada, lo conducente es apoyarse en las diferentes técnicas demográficas para que de conformidad con estadísticas vitales o información de censos, se pueda conocer el número de personas en cada edad, de otra forma, que mediante las herramientas que el análisis demográfico brinda se pueda conocer el resultado (para cada edad) de la función de supervivencia. Adicionalmente, y mediante la misma información y técnica, se puede conocer el número de personas que de cada edad fallecen en un año, lo que permite tener un mejor conocimiento de una población.

Considerando los resultados demográficos, y de acuerdo con la notación internacional del actuario, el número de personas vivas que han obtenido la edad  $x$  se expresa como  $l_{(x)}$ , es decir el número de personas vivas a edad exacta, por ejemplo 30, será de  $l_{30}$ . Cuando se construye una tabla de mortalidad se considera una población inicial. El número de personas que inicialmente se considera es un número relativamente grande (1,000,000 o más) y se denomina RADIX.

---

Caracterizar una población puede hacerse con un radix y una función matemática que refleje su comportamiento o puede, como normalmente ocurre en la práctica, determinarse listando todos sus valores. Aún con datos incompletos la demografía nos proporciona herramientas valiosas para el manejo de las poblaciones.

Con los valores de número de personas vivas a cada edad es posible establecer algunas relaciones y mediciones auxiliados siempre de la definición clásica de la probabilidad,.

El su aspecto clásico la probabilidad se define como el número de casos favorables (pueden ser muertos, enfermos, sobrevivientes, u otros) entre el número de casos posibles (total de población). Para nuestros propósitos el universo de personas con el que iniciamos es  $l_0$ , es decir el radix. Cuando mostramos el símbolo  $l_{40}$  se refiere al número de personas vivas a edad 40.

Con los elementos anteriores es posible determinar, por ejemplo, la probabilidad de que una persona de edad 30 llegue con vida a la edad 40. Para determinar esta probabilidad tendremos que conocer el número de casos favorables, es decir el número de personas vivas a edad 40 o simbólicamente  $l_{40}$ , pero considerando el “universo” de personas de edad 30,  $l_{30}$ , o número de casos posibles (de edad 30). En consecuencia, la probabilidad de que una persona de edad 30 llegue con vida a la edad 40 se puede expresar mediante la relación  $l_{40}/l_{30}$ . Algunos ejercicios son de conveniencia.

Considérense los valores de la siguiente tabla:

EDAD	VIVOS $l(x)$	EDAD	VIVOS $l(x)$	EDAD	VIVOS $l(x)$	EDAD	VIVOS $l(x)$
0	10,000,000	20	9,664,994	29	9,500,118	38	9,299,482
1	9,929,200	21	9,647,694	30	9,480,358	39	9,271,491
2	9,911,725	22	9,630,039	31	9,460,165	40	9,241,359
3	9,986,659	23	9,612,127	32	9,439,447	41	9,208,737
4	9,882,210	24	9,593,960	33	9,418,208	42	9,173,375
5	9,868,375	25	9,575,836	34	9,396,358	43	9,135,122
10	9,805,870	26	9,557,155	35	9,373,807	44	9,093,740
15	9,743,175	27	9,538,423	36	9,350,279	45	9,048,999
		28	9,519,442	37	9,325,594	46	9,000,587

La probabilidad de que una persona de edad  $x$  llegue con vida a la edad  $x+1$  se denota con el símbolo  $p_x = l_{x+1} / l_x$

Algunos ejemplos de cálculo de probabilidades (simples) se proporcionan a continuación:

1. La probabilidad de que una persona de edad 20 llegue con vida a la edad 25  
SOLUCION:

$${}_{5}p_{20} = l_{25} / l_{20} = 9,575,836 / 9,664,994 = .990775$$

2. La probabilidad de que una persona de edad 30 llegue con vida a la edad 45

SOLUCION:

$${}_{15}p_{30} = l_{45} / l_{30} = 9,048,999 / 9,480,358 = .954500$$

3. La probabilidad de que una persona de edad 22 llegue con vida a la edad 37

SOLUCION:

$${}_{15}p_{22} = l_{37} / l_{22} = 9,325,594 / 9,630,039 = .968386$$

4. La probabilidad de que una persona de edad 45 llegue con vida a la edad 46

SOLUCION:

$${}_{1}p_{45} = l_{46} / l_{45} = 9,000,587 / 9,048,999 = .994650$$

5. La probabilidad de que una persona de edad 23 llegue con vida a la edad 43

SOLUCION:

$${}_{20}p_{23} = l_{43} / l_{23} = 9,135,122 / 9,612,127 = .950375$$

Es importante recordar que a nivel internacional existe una notación que conviene respetar.

La supervivencia y la mortalidad son conceptos complementarios, correspondiendo al hecho de que una persona está viva o está muerta, Atendiendo al aspecto de probabilidad la suma de la totalidad de posibilidades es 1. De otra forma, la suma de las probabilidades de vida y muerte es uno, de donde se desprende que  $p_x + q_x = 1$ . Dado que hemos adquirido la habilidad de calcular probabilidades de vida, el determinar las probabilidades de muerte es fácil considerando sólo el complemento, es decir la probabilidad de que una persona de edad  $x$  fallezca antes de llegar a la edad  $x+1$  es  $q_x$ . En este caso como  $q_x$  es la probabilidad de muerte, los casos "favorables" serán las personas que fallecen y los casos posibles son los que pudieran hacerlo ( $l_x$ ). De esta forma la probabilidad de muerte se puede expresar como  $q_x = d_x / l_x$  o  $q_x = 1 - p_x$  dependiendo de la información con que se cuente.

Algunos ejemplos relativos al cálculo de probabilidades de muerte se muestran a continuación:

6. La probabilidad de que una persona de edad 45 NO llegue con vida a la edad 46

SOLUCION:

$$q_{45} = 1 - p_{45} = 1 - (l_{46} / l_{45}) = 1 - (9,000,587 / 9,048,999) = 1 - .994650 = 0.005350$$

7. La probabilidad de que una persona de edad 20 no llegue con vida a la edad 25

SOLUCION:

$${}_{5}q_{20} = 1 - {}_{5}p_{20} = 1 - (l_{25} / l_{20}) = 1 - (9,575,836 / 9,664,994) = 1 - .990775 = 0.009225$$

Adicionalmente se pueden deducir las siguientes relaciones:

$q_x = dx / l_x$  donde  $dx$  es el número de muertos entre las edades  $x$  y  $x+1$

despejando se obtiene  $dx = q_x l_x$

Otra relación de interés es  $l_{x+1} = l_x - dx$

Las relaciones aquí expuestas tienen muchas variantes, especialmente si se considera que las edades no se cumplen con exactitud al principio de cada año, sino que los nacimientos están distribuidos en diferentes formas durante un año, lo que no lleva a practicar un análisis sobre el cálculo de probabilidades con edades fraccionarias o en fracciones de año. Este análisis quedará para el estudiante.

## **NOTAS SOBRE MATEMATICAS FINANCIERAS**

### **ANALISIS DE CONTINGENCIAS SIMPLES**

En esta sección analizaremos algunos de los arreglos fundamentales en el mundo de los seguros.

Un seguro es un arreglo donde una persona llamada asegurado ha decidido pagar a una institución especializada una cantidad pequeña y en forma normalmente periódica de tal forma que cuando ocurra el evento objeto del arreglo la institución cubra una indemnización, sea en un solo pago o sea en pagos periódicos, que se haya pactado.

En los llamados seguros de vida el arreglo puede adquirir fundamentalmente tres formas: Vitalicio, Temporal y Dotal.

En el arreglo Vitalicio se pacta que al ocurrir el fallecimiento de la persona que contrata (asegurado), la institución especializada (aseguradora) pagará a los beneficiarios designados por él, el monto de indemnización acordada; este arreglo es normalmente conocido como seguro ordinario de vida o vida entera.

En el arreglo Temporal el pacto es que la aseguradora pagará a los beneficiarios del asegurado la indemnización (suma asegurada) pactada sólo si el fallecimiento del primero ocurre en el plazo (temporal) pactado; si el asegurado sobrevive a ese

---

plazo la aseguradora queda totalmente eximida de realizar pago alguno y termina en ese momento su obligación.

A su vez el arreglo Dotal estriba en que, a diferencia del seguro temporal, si el asegurado **sobrevive** un plazo previamente estipulado, la aseguradora pagará a él mismo y al término de ese plazo, la indemnización (dote) pactada. Si en cambio el asegurado fallece dentro del plazo señalado, la aseguradora no pagará esa indemnización. En muchas partes es difícil encontrar este tipo de arreglos, pero sí es común encontrar esta figura en forma combinada con un arreglo temporal, es decir, si el asegurado fallece en el plazo contratado la aseguradora paga la suma asegurada pactada a los beneficiarios (arreglo temporal), pero si el asegurado sobrevive ese plazo es a él mismo a quien se le paga la suma asegurada pactada (dote). Para distinguir estas posibles situaciones al arreglo dotal se le conoce con el nombre de “dotal puro” mientras que si está en combinación con un arreglo temporal se le conoce con el nombre de “dotal mixto”.

En los diferentes mercados de seguros se presentan diferentes tipos de combinaciones de estas formas básicas para cubrir diferentes tipos de necesidades de los asegurados, inclusive, se han llegado a combinar con formas de ahorro o inversión con el ánimo de hacer más atractivo el arreglo de seguro. Las ventajas o desventajas de esto dependen del entorno en que se diseñe el seguro, de cualquier forma prácticamente cualquier forma de seguro se puede enmarcar en los arreglos dotal, temporal, vitalicio, de ahorro o inversión. ¡Poco hay nuevo bajo el Sol!

Por facilidad de la explicación iniciaremos el tratamiento del llamado arreglo dotal (puro) en el que si el asegurado sobrevive al plazo especificado previamente, la aseguradora le cubrirá la indemnización pactada en el correspondiente contrato.

Por principio se recuerda que si se espera realizar un pago **C** en el futuro con una probabilidad **p** de realizarlo, la esperanza de ese arreglo sería **C p**. Como es evidente falta reconocer en este arreglo el valor del dinero en el tiempo, por lo que si suponemos que el plazo pactado es de un año, entonces el valor del arreglo **C p** en la actualidad debería ser **C p V**, donde **V** es el valor presente de acuerdo con la tasa de interés que se haya seleccionado.

Si el arreglo incluye más tiempo el valor del mismo sólo cambia por el plazo, digamos **n** años, para adoptar la forma **C p V<sup>n</sup>**. Considerando el aprendizaje sobre el cálculo de probabilidades sobre la vida de las personas y asumiendo que el arreglo consiste en pagar una unidad monetaria (1.00) si la persona sobrevive **n** años, y considerando un modelo dado de mortalidad (sobrevivencia), podríamos decir que el valor de esa transacción, **<sup>n</sup>E<sub>x</sub>** para todos los asegurados de la misma edad **x** (y monto de indemnización) es el siguiente:

$$\boxed{\supernE_x = \frac{V^n I_{x+n}}{I_x} = \frac{V^x V^n I_{x+n}}{V^x I_x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}}$$

si consideramos que  $V^x I_x = D_x$  para crear una simetría entre numerador y denominador

El factor  ${}_nE_x$  es la cantidad actual que se debe cobrar a una persona con la que se desea firmar un arreglo dotal como el descrito. De otra forma, el valor de ese factor es conocido como la Prima Neta Unica del arreglo dotal. Se refiere a un Prima Neta porque aún no se han cargado los posibles gastos (y la utilidad) del administrador, y se llama única porque no existirán, en este caso, más pagos. Es lógico suponer la existencia de más pagos, pero ello se analizará con posterioridad.

Este ejemplo sencillo (de modelaje actuarial) resulta muy ilustrativo por las siguientes razones:

- ♦ Ilustra que en el momento de la contratación de un seguro, las obligaciones del asegurado (pagar las primas) a valor presente, deben ser iguales a las obligaciones a valor presente de la compañía aseguradora (pagar la dote), con lo que se ilustra el llamado principio de equivalencia, que de paso sea dicho debe conservarse y vigilarse en todo contrato de seguro.
- ♦ Lo que en el proceso se ha realizado no es otra cosa mas que una valuación de la obligación de la aseguradora. Esta valuación tiene la característica de que ha considerado la probabilidad de pago del arreglo en atención a la contingencia de sobrevivir de una persona, y ha considerado la función monetaria debida al valor presente, es decir hemos realizado una valuación actuarial del arreglo dotal (contingencias y finanzas juntas)

---

## **SISTEMAS FINANCIEROS GENERALMENTE UTILIZADOS**

Tipos de Sistemas  
Características  
Ventajas y Desventajas

### **Razonamiento preliminar**

El pago de una pensión, cualquiera que sea su tipo y la forma en se haya determinado su monto, debe estar respaldado por un capital. La forma en que se constituye ese capital puede ser con mayor o menor velocidad, con aportaciones mas o menos uniformes a una reserva y más o menos en forma relacionada con el salario. ¿Cómo se constituye esa reserva y qué debe entenderse por suficiencia de la misma? Estos son algunos de los problemas más importantes en el ámbito

---

de las pensiones que se resumen en contar con los recursos adecuados en el momento preciso para garantizar tiempo y forma los pagos prometidos.

Sea cual sea la forma de constitución de la reserva, el principio de equivalencia mencionado en el tema relativo a la clasificación de las pensiones debe cumplirse, es decir, que en el momento preciso del retiro, el valor presente (actuarial) del flujo de pensiones debe ser equivalente al capital constituido o ahorro acumulado.

Entre los factores que intervienen en esta parte del problema se encuentran la naturaleza de la prestación, la demografía del grupo cubierto y las condiciones generales del país o la entidad responsable de proporcionar la prestación. Por ello el aspecto del financiamiento de una pensión tiene importancia sustantiva.

### **Tipos de Sistemas**

Al igual que las formas en que se pueden diseñar las pensiones, el tipo de sistema de financiamiento se puede seleccionar entre muchos. El componente común a todos los métodos o sistemas es que deben conservar el equilibrio del sistema, es decir deben hacer cumplir el llamado principio de equivalencia. Si se toma en cuenta que la parte esencial es la de contar con los recursos necesarios para cubrir las pensiones ofrecidas, el sistema de financiamiento puede acumular los recursos en forma rápida o lenta. Si se desea acumular los recursos con mayor celeridad, la tasa de contribución o cuota para alimentar la reserva puede (o debe en algunos casos) incrementarse y viceversa. En consecuencia, la velocidad de formación de la reserva y el tiempo que una cuota permanece en el tiempo son factores que permiten clasificar los sistemas o métodos de financiamiento. En términos técnicos “la longitud de los períodos de cobertura y el criterio para determinar el total de la reserva al final de un periodo, constituyen los criterios de clasificación de los sistemas (o métodos) de financiamiento” (Peter Thullen).

En primer lugar, el sistema que menos reserva acumula es aquella en que se presenta el plazo más corto de vigencia de una prima o tasa de cotización. El menor plazo reconocido para que esa cuota esté en vigor es de un año. Si este fuera el caso y al final del año se agotara la (posible) reserva, estaríamos frente a un sistema en el que todo el dinero que se recauda sirve para el pago de las pensiones que se deben cubrir en ese año. Esto es, lo mínimo que se espera de un sistema es que cuando menos pague lo del año con la esperanza de que en el siguiente período se recaude lo suficiente para seguir pagando los beneficios. Este tipo de sistema constituye, como se mencionó, un extremo y es conocido normalmente como “SISTEMA DE REPARTO PURO”. En la realidad es difícil encontrar este tipo de sistemas operando, sobre todo en aquellos riesgos de corto plazo (como riesgos de trabajo).

En el extremo opuesto, es decir cuando el plazo de vigencia de una cuota se desea por “todo” el tiempo, es decir la cuota o prima es lo suficientemente grande de tal forma que los gastos son cubiertos y se generan excedentes sobre ellos de tal forma que se genera una amplia reserva para afrontar pagos y gastos futuros. Ese

---

excedente y su inversión es lo que permite que la cuota se mantenga prácticamente inamovible en el tiempo. Este sistema se denomina “SISTEMA DE PRIMA MEDIA GENERAL” y constituye el extremo de mayor capitalización en atención al nivel de prima que se establece.

Entre estos extremos de sistemas de financiamiento, clasificados en orden de generación de reservas, se encuentran diversos sistemas de financiamiento relativamente conocidos pero lo más importante es que se pueden establecer muchos sistemas de financiamiento. Seleccionar un sistema u otro, o simplemente aventurarse a crear otro, dependerá de la situación y características de la institución que se analice.

Entre los sistemas de financiamiento extremos ya mencionados, se encuentran otros sistemas mas o menos conocidos y que a continuación se describen brevemente:

- **Sistema de Reparto de Capitales**  
En este sistema la mecánica consiste en contribuir cada año aquellas cantidades correspondientes al capital necesario y suficiente para cubrir las pensiones de los retirados en ese año.
- **Sistema de Capitalización Individual**  
El sistema de capitalización individual, o capitalización pura, en realidad se parece más a un simple sistema de ahorro que a un sistema de financiamiento propiamente dicho. Consiste en determinar una contribución, prima o aportación, a una cuenta individual de tal forma que el trabajador puede conocer en todo momento el saldo ahorrado. Como la pensión no se conoce pero depende del saldo acumulado a la fecha de retiro, se dice que la capitalización es completa en el sentido que con ese capital solo se puede “comprar lo que se pueda comprar”, ni un poco de pensión más.
- **Sistema de Primas Escalonadas**  
Bajo este sistema se establece una prima que se estima esté en operación por un período predeterminado, después del cual se determina otra prima (normalmente mayor) por otro período. El hecho de que la prima crezca y se mantenga fija período tras período da la idea de la construcción de una escalera, de ahí, su nombre de prima escalonada.

### **Características de los Sistemas de Financiamiento**

En la opinión del autor, no existen sistemas buenos o sistemas malos. Cada uno de ellos tiene sus características que los hacen más o menos aptos o convenientes para atender una gran diversidad de situaciones que se pueden presentar en diferentes grupos o sociedades. En consecuencia, si los sistemas no son buenos o malos, pudiera ser que existan sólo buenas o malas aplicaciones de esos sistemas. Por supuesto que una sociedad puede ser tan compleja, o su sistema de definición de pensiones, que se puede requerir de la aplicación

---

simultánea varios de esos sistemas, lo que constituye una tarea que requiere mucha información y mucho análisis.

Siguiendo el orden en que se mencionaron los sistemas de financiamiento se mencionarán algunas de sus características sobresalientes:

#### REPARTO PURO

En términos generales y simplistas el sistema de reparto puro consiste en pagar sólo los gastos de las pensiones en curso de pago. En realidad esta forma de manejo de las pensiones no puede considerarse como un sistema formal de financiamiento en virtud de que no genera reservas, y si lo llegare a hacer es condición (por la definición) que, al final del año de estudio, se agote esa reserva.

Este sistema tiene varias características. La primera de ellas es que resulta sensible al desarrollo demográfico, es decir, si el envejecimiento de la población aumenta, es probable que las primas cobradas sean menores a los gastos de pensión y se geste un riesgo de incumplimiento de pagos en el corto o mediano plazo por el simple crecimiento de población en edad de retiro y el incremento en el monto del gasto total. Este sistema también es muy sensible a los efectos de crecimiento de las pensiones por inflación (sí se ha otorgado un esquema de pensiones dinámicas). El efecto conjunto de envejecimiento e inflación es el menos favorable para este tipo de sistemas. Es por estas razones que su aplicación o uso es y ha sido verdaderamente limitado, a grado tal que normalmente se aplica sólo para prestaciones de corto plazo como las definidas para riesgos de trabajo.

Esta forma de definir un esquema de financiamiento o cuota para el caso del sistema de reparto puro se puede expresar como:

$$\text{CUOTA} = \frac{\text{GASTOS DEL AÑO}}{\text{MASA DE SALARIOS}} .$$

No obstante su construcción, el sistema de reparto puro tiene ventajas y desventajas. Entre las primeras se encuentra el nivel de prima o cuota requerido, es la más baja posible, pero debe tenerse en cuenta la demografía y el clima inflacionario. Otra ventaja es que puede permitir iniciar cómodamente un sistema (con las consideraciones apuntadas), de costo bajo pero deberá estarse alerta sobre indicadores de avance de gasto sobre cotizaciones y cambiar el sistema oportunamente emigrándolo a uno que genere reservas adecuadas que permitan garantizar el pago de pensiones en curso.

---

En el sistema de financiamiento de reparto puro las estimaciones sobre el pago de pensiones son de corto plazo (el año), por lo que las herramientas de proyección se simplifican

#### SISTEMA DE REPARTO DE CAPITALS

Como ya se mencionó, en este sistema la mecánica consiste en contribuir cada año aquellas cantidades correspondientes al capital necesario y suficiente para cubrir las pensiones de los retirados en ese año. El razonamiento de este sistema estriba en que cada año cubre el capital necesario para cubrir las pensiones de los retirados en ese año. Como luce evidente, bajo este sistema sí se genera una reserva en virtud de que el gasto anual de pensión es menor que su capital (constitutivo) o valor presente del flujo de la pensión.

Como ejemplo de lo anterior podemos suponer una población de 201 personas: 200 en activo con un salario anual de 120 (10 mensuales) y otra por jubilarse de inmediato con un salario de 240 anual (20 mensuales) que se hará acreedor a una pensión mensual vitalicia de 168 anuales (14 mensuales) equivalentes al 70% de su salario. Bajo el Sistema de Reparto de Capitales sería necesario que la institución de seguridad social cubriera un capital equivalente al flujo de la pensión, es decir 168 por un factor que incluya elementos financieros y demográficos para estimar el valor actual esperado de esos pagos. A este factor se le denomina factor actuarial, valor de la anualidad o simplemente anualidad (actuarial). Si se asume que el valor del factor actuarial o de la anualidad sea de 100 por las probabilidades de supervivencia y la tasa de descuento considerada (hipótesis actuariales), el valor del capital constitutivo ascendería a la cantidad de 16,800; de estos el primer año se cubrirían sólo 168 quedando en inversión (reserva) 16,632 (resultado de la diferencia de 16,800-168).

En este caso la masa salarial se compone de 120(salario anual) x 200(población activa) = 24,000, por lo que la cuota para financiamiento de las pensiones bajo el sistema de reparto de capitales en este año sería de 16,800 entre 24,000 o sea del 70% de la masa salarial. Es evidente que este ejemplo sólo pretende ilustrar el manejo de un sistema de financiamiento de reparto de capitales y no los niveles que puede alcanzar una tasa de cotización para pensiones.

Este mismo ejemplo (recuérdese su construcción muy simplista) aplicado al sistema de reparto puro produciría una tasa de aportación de 168 (gasto anual) entre 24,000 (masa salarial) equivalente al 0.70% (ó 0.007) de la masa salarial... ¡la centésima parte del de reparto de capitales!

En forma de una expresión sencilla de comprender tendríamos para este sistema:

$$\text{CUOTA} = \frac{\text{CAPITALES DEL AÑO}}{\text{MASA DE SALARIOS}}$$

El sistema de reparto de capitales, al igual que el de reparto puro, presenta algunas características que le permite contar con ventajas y desventajas. Entre las primeras se encuentra la generación de reservas que garantiza, cuando menos a los pensionados, el pago de la renta pactada. Entre las desventajas se encuentra que si la pensión incluye algún tipo de ajuste futuro, el capital también debe hacerlo con el correspondiente incremento en la cuota o prima de financiamiento, en otro orden de ideas, las primas determinadas bajo el sistema de repartos de capitales también son sensibles a los efectos de la inflación. Asimismo, este sistema también es sensible al aspecto demográfico o de envejecimiento. Para demostrar esto solo imaginemos que en el ejemplo discutido tuviéramos dos personas por pensionarse...; ello implicaría que la tasa de cotización en este año fuera superior al 100% de la masa salarial.

Se puede apreciar que hemos avanzado poco respecto a la invulnerabilidad de los sistemas de financiamiento de pensiones ante embates demográficos o económicos, como la inflación o ajustes desmedidos de las pensiones en curso de pago, ¡y parece que ningún sistema de financiamiento lo es!, ya sea relativo a pensiones o a cualquier otro tópico. De cualquier forma este sistema introduce la mejoría de garantizar algo a los pensionados.

#### SISTEMA DE PRIMA ESCALONADA

Como se mencionó en las discusiones generales de los sistemas de financiamiento, bajo este sistema se establece una prima que estará en operación por un período predeterminado, después del cual se determina otra prima (normalmente mayor) por otro período. Nuevamente como se mencionó, el hecho de que la prima crezca y se mantenga fija período tras período da la idea de la construcción de una escalera, de ahí, su nombre de prima escalonada.

Para efectos del ejemplo que sólo para efectos ilustrativos hemos construido supongamos una tasa de contribución o prima en el orden del 1.0% de la masa salarial. Bajo esta premisa el financiamiento del esquema de pensiones sería en este año de 240 (1.0% x 24,000); de estos tendríamos que pagar 168 (pago anual de pensión) quedando un remanente de 72 que se considera reserva para invertir para el segundo año. Si esta gana un interés del 8% anual se obtendría una reserva de 78 (aprox.) a los cuales se le tendría que sumar la prima del segundo año (240) para tener ahora 318. Aparentemente el sistema de prima escalonada en nuestro ejemplo funciona adecuadamente formando reservas necesarias y suficientes, sin embargo incluyamos un nuevo pensionado y obsérvese lo que pasa en la siguiente tabla:

AÑO	POBLAC ACTIVOS	MASA SALARIAL (MS)	POBLAC PENSIO- NADOS	MONTO PENS ANUAL	PRIMA ESCAL 1.0% X (MS)	SALDO	INTERES ES 8% ANUAL	SALDO FINAL
1	200	24,000	1	168	240	72	6	78
2	200	24,000	1	168	240	150	12	162
3	199	23,880	2	252	239	149	12	161
4	199	23,880	2	252	239	148	12	160

5	199	23,880	2	252	239	147	12	159
6	198	23,760	3	336	238	61	5	66
<b>7</b>	<b>198</b>	<b>23,760</b>	<b>3</b>	<b>336</b>	<b>(1.5%) 356</b>	<b>86</b>	<b>7</b>	<b>93</b>
<b>8</b>	<b>198</b>	<b>23,760</b>	<b>3</b>	<b>336</b>	<b>356</b>	<b>113</b>	<b>9</b>	<b>122</b>

De este cuadro se desprende que bajo las condiciones establecidas es necesario cambiar de escalón del 1.0% al final del sexto año en que se agota prácticamente la reserva (saldo final) para incrementar la tasa al 1.5%.

Del mismo cuadro se pueden apreciar algunas situaciones. En primera instancia se nota que las pensiones no cuentan con ajuste alguno, es decir no son pensiones dinámicas, por lo que el gasto no se incrementa mas que por nuevos pensionados. Segundo, no se ha considerado para efectos del ejemplo crecimiento de la masa salarial, lo que permite que cuando un activo pasa al estatus de pensionado dicha masa se reduce y el gasto de pensión aumenta, adicionalmente no se han supuesto nuevos entrantes al sistema, en fin, desde el punto de vista técnico este ejemplo presenta muchas deficiencias, sin embargo no se trata (todavía) de hacer una exposición actuarial impecable sino de transmitir el concepto intuitivo sobre el funcionamiento del sistema de prima escalonada.

Este sistema de financiamiento ha sido muy utilizado, sobre todo en las últimas décadas en los sistemas que comprometen un beneficio más que un ahorro de largo plazo. Nótese que la reserva es más grande que la del sistema de reparto puro (en la que es inexistente prácticamente), pero es mucho menor a la de reparto de capitales, lo que podría considerarse como una ventaja financiera en virtud de la liberación de recursos para otros proyectos que compiten en términos económicos con el proyecto social, pero tiene el inconveniente de que en un plazo determinado la tasa de cotización debe incrementarse.

Una vez más, este sistema es también vulnerable a los embates de la demografía y de la economía. La primera porque al envejecer la población la afluencia de pensionados es mayor, el gasto asociado aumenta y se disminuye el tiempo que puede permanecer la misma tasa de cotización o escalón. Lo mismo pasa si la población de pensionados no aumenta pero sí lo hace el gasto por ajuste o crecimiento de las pensiones, el efecto sobre los requerimientos financieros es exactamente el mismo y por ende la presión para modificar el escalón aumenta so riesgo de incumplir con la realización de los pagos.

Se puede apreciar que la construcción de este método es más sofisticado que los anteriores, pero debe aceptarse que es más flexible que los de sus predecesores aquí explicados.

#### SISTEMA DE PRIMA MEDIA GENERAL

Como se mencionó, este sistema de financiamiento constituye el extremo opuesto al de reparto puro, es decir es el sistema que genera la reserva más elevada. Es similar al de prima escalonada excepto que se impone la condición de que contenga un sólo escalón.

En el ejemplo que hemos venido siguiendo, a pesar de su estructura simple y probablemente sin rigor pero de gran utilidad pedagógica, nos permitirá establecer con claridad el funcionamiento de este sistema.

Recordemos que el sistema de prima media general consiste en cubrir cada año una cantidad suficiente como para mantener por tiempo ilimitado la tasa de contribución. Siguiendo nuestro ejemplo de 201 personas, 200 en activo y un pensionado este sistema nos exigiría estimar la obligación de todos los involucrados potenciales en la prestación, en este caso todos. Si asumimos que toda la población tiene la misma edad, por ejemplo 35 (excepto lógicamente el pensionado), que la edad de retiro es de 65 (i.e. 30 años de cotización futura) y mantenemos el resto de las suposiciones, especialmente el valor del factor actuarial o anualidad en 100, el siguiente cálculo simplista nos permitirá determinar el valor de la obligación total:

Población involucrada	200	
Pensionados	1	
Masa salarial anual	24,000	
Monto anual de pensiones	168	
Factor Actuarial	100	
Pensión estimada para activos (70% de la masa salarial)	16,800	
Pensión actual		168
Total de gasto (pensiones)	16,968	
Valor actuarial al retiro (factor actuarial x Pensiones)	169,688	
Factor de valor actual (30 años Al 8% anual)	.0994	
Valor actual de la obligación (valor actuarial al retiro por el factor de valor actual 30 años)	16,863	
Valor actual de la obligación entre La masa salarial (16863/24000)	70.26%	

En este caso la tasa de cotización del 70.26% es mayor (sólo un poco) con respecto al método de reparto de capitales por la construcción del ejemplo, pero de cualquier forma es consistente con la aseveración de que el sistema de prima media general es el que mayor volumen de reserva genera.

Al igual que los sistemas anteriores, el de prima media general es afectado por la demografía y la inflación.

Al inicio de muchos esquemas de seguridad social, este sistema fue comúnmente utilizado, pero por la elevada generación de reservas y sus posibles usos en programas distintos al de financiamiento de pensiones y en aras de una eficiencia financiera, este tipo de sistemas fueron sustituido paulatinamente por el de primas escalonadas, sin embargo puede encontrarse en esquemas de seguridad social poco desarrollados.

#### SISTEMA DE CAPITALIZACION INDIVIDUAL

Se ha dejado en último lugar de análisis a este sistema de financiamiento porque ha sido un elemento importante en la elaboración de las reformas de la seguridad social en muchos países. Como se mencionó el sistema de capitalización individual, o capitalización pura, en realidad se parece más a un simple sistema de ahorro porque si bien el objetivo único es la acumulación de recursos para el retiro, también es cierto que no se ahorra con otro objetivo, es decir se ahorra para el retiro pero no se puede saber cuánto será el monto de la pensión. Es decir se trata de planes de contribución definida donde el capital ahorrado se divide entre un factor actuarial para determinar un monto de pensión como se explicó en la discusión sobre tipos de planes. El capital ahorrado, como en todos los demás sistemas descritos en estas notas, también es vulnerable a los embates de la economía y fluctuaciones de los mercados. El sistema de capitalización individual estrictamente hablando no es un sistema de financiamiento propiamente dicho. En cada momento del sistema sólo se puede otorgar una pensión que se alcance a adquirir con ese fondo; si éste es mayor se podrá contar con una pensión mayor y viceversa, por ello se dice que “la pensión, cualquiera que esta sea, siempre esta completamente financiada” por lo que a este sistema también se le llama sistema de capitalización completa. Por la definición, este sistema no puede establecer la suficiencia de la pensión en contraposición a los demás sistemas dónde sí se define y compromete la pensión a cambio de aceptar ahora la incertidumbre sobre la suficiencia de recursos ¿Cuál tipo de sistema es el mejor?. Indudablemente no existe una respuesta absoluta, cada uno de ellos representa ventajas y desventajas, cada uno de ellos tiene aplicaciones dónde puede lucir mejor (o peor); es por ello que el conocimiento profundo sobre estos sistemas permitirá a los interesados en el tema aplicarlos en las diferentes situaciones que se presenten

---

---

---

#### **Método de Financiamiento Crédito Unitario.**

Suponiendo que cada empleado se retira a edad  $r$  con una pensión anual (pagadera mensualmente) igual a  $B(r)$ , un plan correctamente financiado deberá acumular para que cuando cada empleado alcance edad  $y$  una cantidad suficiente para consolidar su pensión, es decir una cantidad igual a  $B(r) a_{\overline{y-r}|i}^{(12)}$ .

---

Este requisito es la principal premisa lógica del método de financiamiento llamado Crédito Unitario.

El beneficio o pensión  $B(r)$  no crece repentinamente a edad  $r$ , sino que es ganado o acumulado en una forma más o menos continua durante los años de servicio activo del empleado. Por lo tanto, cuando se contrata al empleado, digamos a edad  $y$ , su beneficio acumulado  $B(y)$  es exactamente cero; a edad  $r$  cuando se retire será igual a su último valor  $B(r)$  y en cualquier punto intermedio, digamos a edad  $x$  tendrá algún valor intermedio  $B(x)$  el cual se conoce como beneficio acumulado.

A edad  $x$  anterior a  $r$ , el valor presente del beneficio acumulado por el  $j$ -ésimo

empleado es igual a  $B^j(r) a_{rj}^{(12)} \frac{D_r}{D_x}$ . Note que  $\frac{D_r}{D_x}$  es un cálculo usado en

una tabla de  $q_x$ 's el cual representa la probabilidad de terminación del empleo antes de edad  $r$  para todas las causas, no solo para mortalidad sino para invalidez, rotación o despido, etc. Esta tabla de  $q$ 's es llamado tabla de servicios la cual es similar pero más general que una tabla de mortalidad.

Por lo tanto, si siempre tuviéramos activos en mano que fueran igual a

$\sum_{A_t} B^j(r) a_{rj}^{(12)} \frac{D_r}{D_x}$  (se omitió el subíndice  $j$  en todas las edades para reducir

confusiones) no importando la distribución de edades dentro del grupo  $A_t$  de empleados activos al tiempo  $t$ , estaríamos seguros de tener los fondos suficientes para ser capaces de comprometer una cantidad de  $B^j(r) a_{rj}^{(12)}$  según cada empleado vaya alcanzando edad  $r$  - aun cuando todos los empleados fueran de la misma edad y se retiraran al mismo tiempo. (Por supuesto, actualmente no deberíamos retirar el dinero para obtener una anualidad, pero la filosofía es la misma no importando que medio de financiamiento se use. Resultará más fácil nuestra exposición si asumimos que las personas retiradas son eliminadas tanto de la columna de activos como de pasivos de nuestro plan de pensiones. Más adelante los consideraremos, pero por ahora deberemos mandar a los retirados con el dinero suficiente para comprar una anualidad de por vida).

Esta observación es la fuente de la segunda premisa del método de costeo de crédito unitario, lo cual lo distingue de los demás. El equilibrio ideal del fondo, o monto deseado de activos disponibles en cualquier momento  $t$  es igual a

$\sum_{A_t} B^j(x) a_{rx}^{(12)} \frac{D_r}{D_x}$  donde  $A_t$  significa el conjunto de empleados activos al

tiempo  $t$  (recuerde, estamos asumiendo que no tenemos ningún empleado

retirado en nuestro plan). Este equilibrio ideal del fondo es conocido como *Pasivo Acumulado*:

$$(\text{Pasivo acumulado})_t = AL_t = \sum_{A_t} B^j(x) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_x} \quad (1)$$

En otras palabras, bajo el método crédito unitario el pasivo acumulado esta definido como *el valor presente de los beneficios acumulados*. Esta definición lo distingue de todos los demás métodos de financiamiento, e implica una definición completa del costo por pensión que deberá ser asignado a cualquier año dado, como a continuación veremos.

Año con año el pasivo acumulado cambia, no sólo por que la edad de los participantes activos crezca, sino también por que la composición del grupo activo cambia. Para mantener las cosas simples asumiremos que no existen nuevos entrantes al plan; a estos los pondremos en un fondo separado por el momento, y los llamaremos más adelante cuando tengamos necesidad de ellos. Entonces, el grupo activo nunca podrá crecer solo disminuir durante el año. Sea **T** el conjunto de todos los empleados que dejaron el empleo entre  $t$  y  $t+1$  y **R** el conjunto de empleados que durante ese año alcanzaron edad  $y$  por lo tanto podemos escribir:

$$A_{t+1} = A_t - T - R \quad (2)$$

Ahora construiremos el siguiente argumento puramente algebraico para demostrar la relación entre el pasivo acumulado al tiempo  $t$  y el pasivo acumulado al tiempo  $t+1$ .

$$\begin{aligned} (\text{Pasivo acumulado})_t &= AL_t = \sum_{A_t} B^j(x) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_x} \\ &= \sum_{A_t} B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{T+R} B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} \\ &= \sum_{A_t} B^j(x+1) a_r^{(12)} \left[ \frac{D_r}{D_x} (1+i) + q_x \frac{D_r}{D_{x+1}} \right] - \sum_{T+R} B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} \end{aligned}$$


---

$$= \sum_{A_t} \left[ B^j(x) + \Delta B^j \right] a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_x} (1+i) + \sum_{A_t} q_x B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{T+R} B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}}$$

...donde  $\Delta B^j$  es el incremento en el j-ésimo beneficio acumulado durante el año. Esto significa que:

$$AL_{t+1} = \left[ AL_t + \sum_{A_t} \Delta B^j a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_x} \right] (1+i) - \left[ \sum_T B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{A_t} q_x B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} \right] - \sum_R B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}} \quad (3)$$

No olvide que  $\frac{D_r}{D_x}$  fue calculado usando una tabla de  $q'$ 's las cuales representan la probabilidad en cada edad de ser retira del grupo activo -no solo la probabilidad de morir-. En otras palabras, las  $D_x$  son tomada en nuestra tabla de decrementos múltiples.

Observemos el segundo término entre paréntesis de la ecuación (3). Si la experiencia actual durante el año esta directamente relacionada con al experiencia asumida este término será igual a cero, es decir, la eliminación esperada de pasivo por contabilizar la terminación del empleo antes de edad  $y$  debido a todas las causas con excepción del retiro (la segunda suma) cancelará exactamente el monto actual de pasivo acumulado eliminando de la contabilidad de empleados que realmente terminó, es decir, que fueron miembros del conjunto **T**. También, si la experiencia actual esta de acuerdo con la asumida el equilibrio

del fondo ideal  $AL_t$  habrá crecido a  $AL_t(1+i)$  menos  $\sum_R B^j(x+1) a_r^{(12)} \frac{D_r}{D_{x+1}}$

que fue tomada para comprar anualidades. De ahí que si las hipótesis se realizan, una cantidad igual a:

$$CN_t = \sum_{A_t} \Delta B^j \frac{D_r}{D_x} = \sum_{A_t} CN_t^j \quad (4)$$

tendrá que ser agregada al principio del año para ser crecer el fondo a su nivel apropiado al tiempo  $t+1$ . Esta cantidad es llamada *costo normal del plan*, por que es el costo de mantener el fondo de las pensiones al nivel deseado si las hipótesis se cumplen y los activos del fondo son igual al pasivo acumulado, es decir, el costo bajo circunstancias "normales". Este costo normal es el valor presente en el incremento en los beneficios acumulados entre el tiempo  $t$  y  $t+1$ , y es una sola suma que asumimos será pagada al tiempo  $t$ . (De hecho, el costo normal 6 contribuciones nunca es pagado al tiempo  $t$ , porque la valuación no se termina a esa fecha y en el tiempo en que se tienen los datos y se completan los cálculos, se encuentran algunas semanas del siguiente año).

El costo normal no es un reflejo apropiado del costo total del plan excepto en el caso ideal que hemos visto: es decir, excepto cuando el nivel de fondo es exactamente igual al pasivo (o reserva) acumulado y cuando las hipótesis son exactamente igual a los hechos reales. En la vida real:

- a) la experiencia actual no es exactamente igual a las hipótesis tomadas durante un año dado, y
- b) el nivel del fondo no es igual al pasivo acumulado -esto puede ser porque cuando el plan se inició los beneficios por servicios pasados fueron reconocidos y el pasivo acumulado inició en algún valor diferente a cero, o bien porque el plan experimentó una buena ganancia (en relación con las hipótesis) sobre ese periodo de años de tal forma que los activos en el fondo fueron mayores al pasivo acumulado (o mala experiencia la cual haya producido el pasivo acumulado mayor a los activos). Por lo tanto, aunque el componente central del costo de pensiones es el costo normal deberán hacerse unos ajuste en el costo para incluir estas variaciones en el planteamiento ideal.

Supongamos ahora que el nivel del fondo es igual a  $F_t$  al tiempo  $t$ , abandonando nuestra hipótesis previa de que el fondo era exactamente igual a  $AL_t$ . Durante el año entre  $t$  y  $t+1$  el nivel del fondo crecerá en alguna cantidad (I) atribuible a la inversión y a las contribuciones al fondo (C), y será disminuido por cantidad (P) que han sido retiradas para "comprar" pensiones:

$$F_{t+1} = F_t + I + C - P \quad (5)$$

La diferencia  $AL_t - F_t$  entre el pasivo acumulado y el nivel del fondo al tiempo  $t$  es conocido como *pasivo acumulado no financiado*. Un pasivo acumulado no

financiado negativo regularmente es conocido como superávit, pero se prefiere usar el término "pasivo acumulado no financiado" o simplemente "no financiado" (déficit) para referirnos a esta cantidad no importando si es positiva o negativa.

Restemos la ecuación (5) de la ecuación (3) para desarrollar un relación entre el pasivo acumulado no financiado al tiempo  $t$  y su valor al tiempo  $t+1$ .

$$(Pasivo\ acumulado\ no\ financiado)_{t+1} = UAL_{t+1} = AL_{t+1} - F_{t+1}$$

$$= (AL_t + CN_t)(1+i) - \left[ \sum_T B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{A_t} q_x B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} \right] - \sum_R B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - (F_t + I + C - P)$$

$$UAL_{t+1} = UAL_t(1+i) - [I - iF_t] + [CN_t(1+i) - C] - \left[ \sum_T B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{A_t} q_x B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} \right] - \left[ \sum_R B^J(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - P \right] \quad (6)$$

Deberíamos ser capaces de decir que todos los términos con excepción del primero de la ecuación (6) deberían ser ciertas si todas las hipótesis resultaran exactas y si las contribuciones efectuadas quedan igual al costo normal, pero es necesario un poco de ajuste para maniobrar la ecuación en una forma más apropiada. Sea  $I_c$  el interés sobre las contribuciones actuales a una tasa de interés  $i$  desde la fecha en que se realizaren hasta el fin de año. Por ejemplo, si todas las contribuciones fueron hechas en un solo depósito al principio del año entonces:

$$I_c = iC$$

y si las contribuciones se hicieron en una sola exhibición a mitad del año

$$I_c = \left[ (1+i)^{1/2} - 1 \right] C.$$

Por lo tanto podemos escribir:

$$\begin{aligned}
 UAL_{t+1} = & UAL_t(1+i) - \left[ I - iF_t - I_c + I_p \right] - \left[ C + I_c - CN_t(1+i) \right] \\
 & - \left[ \sum_T B^j(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - \sum_{A_t} q_x B^j(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} \right] \quad (7) \\
 & - \left[ \sum_R B^j(x+1) \frac{D_r}{D_{x+1}} - P \right]
 \end{aligned}$$

Ahora observemos la ecuación (7). Notamos que si la tasa de interés actual ganada durante el año fuera  $i$  entonces el segundo término sería igual a cero, y si el pasivo acumulado actual liberado por aquellos que salieron durante el año antes de cumplir edad  $r$  se realiza antes exactamente como lo planeado, entonces el cuarto término podría ser igual a cero. Del mismo modo, el quinto término podría ser cero si las cantidades tomadas para el retiro fueran exactamente las anticipadas.

El pasivo no financiado mide la desviación del fondo actual  $F_t$  de su valor ideal  $AL_t$  y la suma del segundo, cuarto, y quinto término representa el cambio en el pasivo no financiado debido a las desviaciones de lo que sucedió de la experiencia esperada (lo opuesto al monto de contribuciones). Tenemos un nombre para la suma de estos tres términos: es llamada la *ganancia actuarial*, y está definida como sigue:

$$\text{Ganancia Actuarial} = (UAL_t + CN_t)(1+i) - C - I_c - UAL_{t+1} \quad (8)$$

Por supuesto, podemos simplemente definir la ganancia como la suma del segundo, cuarto, y quinto término de la ecuación (7), pero estos términos son más difíciles de calcular. Históricamente la ganancia siempre se ha definido por medio de (8) ("análisis de pérdidas y ganancias", sin embargo, involucra el cálculo directo de los componentes de la ganancia usando términos similares al segundo, cuarto, y quinto término de la ecuación (7). Una "pérdida" es simplemente una ganancia negativa).

Finalmente mirando al tercer término de (7) se puede ver que el pasivo no financiado se espera que no disminuya al menos que las contribuciones anuales al fondo excedan el costo normal con interés del principio del año a la fecha del costo. Cualquier contribución adicional en exceso del costo normal e interés, *amortizará* el pasivo no financiado.

---

---

---

---